УДК 681.5.013

С.П. Круглов[1]

[1] *Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация*

СХОДИМОСТЬ НЕВЯЗКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ С ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИЕЙ

Аннотация. В статье предлагается уточнение (в сравнении с известным) условий сходимости невязки идентификации в замкнутом контуре адаптивной системы управления, содержащей алгоритм текущей параметрической идентификации (рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания), доставляющий оценки неизвестных параметров объекта управления, и назначенную неявную эталонную модель, а также основанную на «упрощенных» условиях адаптируемости. Для данной системы управления свойство адаптируемости напрямую связано со свойством невязки идентификации. На примере рассмотрения простой задачи построения адаптивного управления линейным детерминированным стационарным объектом управления с описанием в пространстве состояний с полностью измеряемыми вектором состояния и его производной показаны условия сходимости собственного высокочастотного движения невязки идентификации. Они основаны на определенных требованиях к оценке параметров, связанных с управлением. Эти условия допускают существенные неточности указанных оценок. Обобщения полученных результатов на более сложные постановки очевидны и основаны на главном достоинстве «упрощенных» условий адаптируемости − строить управление на основе аппроксимационной модели объекта, доставленной алгоритмом идентификации. Представлен модельный пример, подтверждающий полученные теоретические результаты.

Ключевые слова: адаптивная система управления, алгоритм текущей параметрической идентификации, адаптируемость, сходимость невязки идентификации, эталонная модель.

S.P. Kruglov [1]

[1] *Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia*

CONVERGENCE OF THE RESIDUAL IDENTIFICATION ERROR IN THE CONTROL SYSTEM WITH PARAMETRICAL ADAPTATION

Abstract. In article specification (in comparison with known) conditions of residual identification error in a closed path of the adaptive control system containing the algorithm of the current parametrical identification (the recurrent method of least squares with a forgetting factor) delivering estimates of unknown parameters of an object of management, and the appointed implicit reference model and also based on the "simplified" adaptability conditions is offered. For this control system the property of adaptability is directly bound to property of a residual identification error. On the example of consideration of a simple problem of creation of an adaptive control of the linear determined stationary object with the description in the state space with completely measured by state vector and its derivative showed conditions of convergence of own high-frequency driving of a residual identification error. They are based on particular requirements to estimates of parameters, the bound with the control. These conditions allow essential inaccuracies of the specified estimates. Generalizations of the received results on more difficult problems are obvious and based on the main advantage of the "simplified" adaptability conditions − to build management on the basis of the approximating model of an object delivered by an identification algorithm. The model example confirming the received theoretical results is presented.

Keywords: adaptive control system, algorithm of the current parametrical identification, adaptability, convergence of the residual identification error, reference model.

Введение. В работах [1, 2] был предложен метод построения адаптивной системы управления техническими объектами с текущей идентификацией неизвестных параметров математической модели объекта управления и назначаемой неявной эталонной моделью, основанной на «упрощенных» условиях адаптируемости. Эти условия сводятся к тому, что от алгоритма текущей параметрической идентификации не требуется определения асимптотически точных оценок, что связано с рядом существенных проблем на практике. Качество синтезируемого управления и, в целом, поведения замкнутой системы управления (адаптируемость) напрямую увязывается со сходимостью невязки идентификации при выполнении достаточно простых ограничений на получаемые оценки. Это позволяет строить адаптивное управление с меньшими «затратами», большей эффективностью причем даже для нестационарных и нелинейных объектов.

Поскольку невязка идентификации здесь играет ключевую роль, то вопрос о ее сходимости является очень важным. Данная работа нацелена на уточнение условий сходимости невязки идентификации в замкнутом контуре адаптивной системы управления в сравнении с названными работами.

Для более простого описания основных результатов, в работе ограничимся рассмотрением детерминированной линейной стационарной постановкой задачи с описанием объекта управления в пространстве состояний. Обобщения на случаи стохастических и нестационарных объектов управления являются очевидными. Для нелинейных объектов с линейно входящим управлением обобщение справедливо в силу возможности линеаризации объекта получаемой посредством идентификации математической моделью.

При изложении материала статьи используются следующие обозначения: $\widehat{b}$ − оценка параметра b; Re, Im − означает вещественную и мнимую часть числа; $\mathrm{rank}B$ − ранг матрицы B; B^{T} − транспонирование матрицы (вектора) B; $\mathrm{im}B$ − образ матрицы B; $(\mathrm{im}B)^{\perp}$ − ортогональное дополнение к образу матрицы B; B^{+}− псевдообратная к B матрица; I − единичная матрица соответствующего размера.

Общее уравнение невязки идентификации и его свойства в разомкнутом контуре системы управления. Предположим, что динамика объекта управления описывается системой дифференциальных уравнений в виде

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) = \Theta y(t), \quad x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

где $x(t)$ − вектор состояний (выходов) объекта управления, x_0 − начальное его значение; $u(t)$ − вектор управления; t − текущее время, t_0 − начальный момент времени; $\Theta = [A, B]$ − матрица неизвестных параметров (все соответствующих известных размеров); $y^{\mathrm{T}}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t), u^{\mathrm{T}}(t)]$ − вектор-функция регрессоров (факторных переменных); матрицу оценок параметров, доставляемую алгоритмом идентификации будем обозначать как $\widehat{\Theta} = [\widehat{A}, \widehat{B}]$; матрица B имеет n строк и m столбцов; без снижения общности постановки будем рассматривать только такие случаи, когда матрица B имеет полный ранг: $\mathrm{rank}B = \min(n, m)$; будем также считать, что $\mathrm{rank}\widehat{B} \equiv \mathrm{rank}B$; примем, что переменные $\dot{x}(t), x(t), u(t)$ непосредственно измеряются.

Также будем полагать, что объект (1) по своим частотным свойствам представляет собой фильтр низких частот (подавляет высокие частоты), что соответствует большинству технических объектов управления.

В настоящей работе в качестве алгоритма текущей идентификации (идентификатора) будем анализировать один из наиболее популярных − рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания, доставляемый оценки параметров в дискретные моменты времени [3,4]:

$$\begin{cases} \widehat{\Theta}_i = \widehat{\Theta}_{i-1} + \varepsilon_i y_i^{\mathrm{T}} P_i; \\ \varepsilon_i \triangleq \dot{x}_i - \widehat{\Theta}_{i-1} y_i; \\ P_i = \widetilde{P}_{i-1} - \widetilde{P}_{i-1} y_i \, y_i^{\mathrm{T}} \widetilde{P}_{i-1} \big/ \left(1 + y_i^{\mathrm{T}} \widetilde{P}_{i-1} y_i\right); \\ \widetilde{P}_{i-1} = P_{i-1}/\beta; \quad P_0 = \nu I, \end{cases} \tag{2}$$

где $i = 1,2,3,...$ − дискретные моменты времени с шагом Δt; P_i − матричный коэффициент усиления алгоритма соответствующего размера; ε_i − векторная невязка идентификации, указывающая на неточность описания текущими оценками отклика объекта $(\dot{x}_i)$; β − коэффициент забывания ($0 < \beta < 1, \beta \to 1$), вводимый для экспоненциального забывания прошлой информации с постоянной времени $\Delta t/(1\text{-}\beta)$; при $\beta = 1$ алгоритм (2) соответствует простому рекуррентному методу наименьших квадратов; ν − большое положительное число, I − единичная матрица соответствующего размера.

Рассмотрим первое равенство из системы (2), когда $y_i \neq 0$. Умножим его справа на y_i, прибавим к левой и правой его части слагаемое $(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)$, при этом в левой части раскрыв это слагаемое на основании второго равенства (2), упрощая зависимость и учитывая (1), получим

$$\varepsilon_{i+1} + (\mu_i - 1)\,\varepsilon_i = (\Theta - \widehat{\Theta}_i)(y_{i+1} - y_i), \tag{3}$$

где

$$0 < \mu_i \triangleq y_i^{\mathrm{T}} P_i y_i = y_i^{\mathrm{T}} \widetilde{P}_{i-1} y_i \Big/ \left(1 + y_i^{\mathrm{T}} \widetilde{P}_{i-1} y_i\right) < 1.$$

Последнее соотношение доказывается просто − умножением третьего равенства из (2) слева на y_i^{T}, а справа на y_i и упрощая полученное.

Известно, что в практических случаях, когда назначаемое положительное число ν ограничено, а $i << \infty$, то при идеальной точности расчетов алгоритма (2) $P_{i-1} > 0$ (это следует из того, что рассматриваемый алгоритм есть рекуррентная реализация обычного метода наименьших квадратов). В случае ограниченной точности вычислений для последнего требуется, чтобы компоненты вектор-функции регрессоров были линейно независимы по времени или линейно-независимы на скользящем интервале времени (условие потенциально точного получения оценок) [3, 2]. Из этих выводов напрямую следует доказываемое утверждение.

Равенство (3) описывает общие свойства невязки идентификации при параметрическом оценивании математической модели объекта (1) с помощью алгоритма (2). Левая часть (3) описывает динамику собственного движения векторной невязки идентификации. Как известно из теории дискретных систем автоматического управления, оно асимптотически устойчиво, т.к.: $|\mu_i - 1| < 1$, причем скорость сходимости (собственная частота невязки идентификации, равная здесь $\mu_i / \Delta t$) и ширина области диссипативности ε обратно пропорциональна шагу дискретности Δt [5].

Правую часть (3) можно интерпретировать как возмущение для невязки идентификации. Оно тем меньше по норме, чем ближе оценка $\widehat{\Theta}_i$, полученная в момент времени i, соответствует объекту для следующего момента времени $i+1$, т.е. чем лучше прогнозные свойства текущих оценок на шаг вперед. Широко известно, что метод наименьших квадратов обладает прекрасными прогнозными свойствами доставляемых оценок, если корректно подобраны регрессоры в алгоритме идентификации (считаем, что это так, поскольку в технических задачах, как правило, структура математической модели объекта хорошо известна). Кроме того, уменьшением шага дискретности Δt можно всегда уменьшить интервал прогноза, и если скорость изменения оценок не зависит от этого шага, можно уменьшить норму правой части (3). Это имеет место быть, когда регрессоры не зависят от текущих оценок. Для нашей задачи – это идентификация в разомкнутом контуре, когда получаемые оценки параметров объекта управления не используются для синтеза закона управления.

Таким образом, в условиях разомкнутой системы управления выбором достаточно малого шага дискретности Δt можно всегда достичь заранее заданную скорость сходимости векторной невязки идентификации по норме в заданную малую область около нуля. Поскольку на практике шаг Δt обычно выбирают намного меньше основных временных периодов объекта управления, то и сходимость векторной невязки идентификации в разомкнутой системе обеспечивается практически всегда очень быстро. По опыту исследований – за несколько шагов работы алгоритма идентификации. При этом основная область частот изменения невязки идентификации лежит намного выше области рабочих частот технического объекта управления.

Свойства невязки идентификации в замкнутом контуре системы управления. Приведенные рассуждения несправедливы для условий замкнутой системы управления, когда на каждом шаге управление изменяется – уменьшение Δt приводит к пропорциональному росту скорости управления и других регрессоров в (1). Рассмотрим, как это влияет на поведение невязки идентификации.

В соответствии с работами [1, 2] предположим, что в качестве требований к свойствам замкнутой системы управления сформулирована неявная эталонная модель в виде

$$\dot{x}_{\text{м}}(t)=A_{\text{м}}x_{\text{м}}(t)+B_{\text{м}}u_{\text{зад}}(t), \qquad x_{\text{м}}(t_0)=x_0, \tag{4}$$

где $x_{\text{м}}(t)$ − вектор состояний (выходов) эталонной модели, размер которого соответствует $x(t)$, x_0 − начальное его значение в силу неявности модели; $u_{\text{зад}}(t)$ − заданный вектор управления для замкнутого контура; $A_{\text{м}}, B_{\text{м}}$ − матрицы параметров эталона, причем матрица $A_{\text{м}}$ гурвицева (все соответствующих размеров); причем считаем, что эталон удовлетворяет условию полного соответствия моделей:

$$\operatorname{rank}(B)=\operatorname{rank}(B, A_{\text{м}}-A),$$

что необходимо для принципиально точного решения задачи соответствия замкнутой системы управления назначенному эталону (в противном случае это соответствие может быть только приблизительным).

Закон управления в соответствии с (4) и оценками неизвестных параметров, полученных на предыдущем шаге работы алгоритма идентификации, будет:

$$u_i=\widehat{B}_{i-1}^{+}\left(\dot{x}_{\text{жел}i}-\widehat{A}_{i-1}x_{i-1}\right), \tag{5}$$

где $\dot{x}_{\text{жел}i}\triangleq A_{\text{м}}x_{i-1}+B_{\text{м}}u_{\text{зад}i}$.

Для управления (5) уравнение невязки идентификации (3) примет вид:

$$\varepsilon_{i+1}+(\mu_i-1)\,\varepsilon_i=\left(A-\widehat{A}_i\right)\left(x_{i+1}-x_i\right)+\left(B-\widehat{B}_i\right)\left(u_{i+1}-u_i\right). \tag{6}$$

Рассмотрим структуру замкнутой системы управления. Она имеет вид, представленный на рисунке 1.

В структуре системы управления можно выделить высокочастотный контур, в котором информация меняется с собственной частотой невязки идентификации из-за малого Δt: u − идентификатор − $\widehat{B}$ − закон управления − u. Информация этого контура не замыкается через динамику объекта управления, который по принятому условию является низкочастотным фильтром. Остальные сигналы можно отнести преимущественно к области рабочих частот объекта управления.

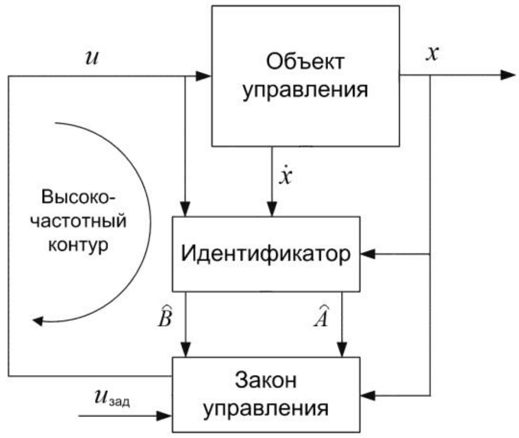


Рис.1. Структура адаптивной системы управления

Исходя из изложенного выше, далее будем рассматривать только высокочастотные движения невязки идентификации $\left(\varepsilon_i^{\text{вч}}\right)$, соответствующие ее собственному движению и указанному высокочастотному контуру. Поэтому вместо (6) можно записать:

$$\varepsilon_{i+1}^{\text{вч}} + (\mu_i - 1)\,\varepsilon_i^{\text{вч}} \approx \left(B - \widehat{B}_i\right)\left(u_{i+1} - u_i\right). \tag{7}$$

Заметим, что первое уравнение в системе (2), умноженное справа на y_i дает право записать:

$$\widehat{A}_i x_i = \widehat{A}_{i-1} x_i - \left(\widehat{B}_i - \widehat{B}_{i-1}\right) u_i + \mu_i \varepsilon_i .$$

Подставляя эту зависимость в уравнение (5), записанное для u_{i+1}, получим

$$u_{i+1} = \widehat{B}_i^{+}\left[\dot{x}_{\text{жел}\,i+1} - \widehat{A}_{i-1} x_i + \left(\widehat{B}_i - \widehat{B}_{i-1}\right) u_i - \mu_i \varepsilon_i\right].$$

В свою очередь, подставляя это равенство в (7), можно с учетом (5) записать

$$\varepsilon_{i+1}^{\text{вч}} + (\mu_i G_i)\,\varepsilon_i^{\text{вч}} \approx \underbrace{\left(B - \widehat{B}_i\right)\left[\widehat{B}_i^{+}\left(\widehat{B}_i - \widehat{B}_{i-1}\right) - I\right]\,\widehat{B}_{i-1}^{+}}_{\text{высокочастотный контур}}\left(\dot{x}_{\text{жел}\,i} - \widehat{A}_{i-1} x_{i-1}\right). \tag{8}$$

где $G_i \triangleq B\widehat{B}_i^{+} + \left(I - \widehat{B}_i \widehat{B}_i^{+}\right) - \mu_i^{-1} I$; фигурной скобкой отмечена часть, принадлежащая высокочастотному контуру.

Если потребовать, чтобы правая часть (8) была низкочастотной, а также все собственные числа матрицы G_i лежали внутри круга на поле комплексных чисел с центром в начале координат и радиусом μ_i^{-1}, то по теории устойчивости дискретных систем и по изложенному выше невязка идентификации будет сходиться [5].

Очевидно, что первое условие достигается путем ограничения скорости изменения оценки $\widehat{B}$, или синтезируемого управления. Это можно осуществить, например, путем фильтрации сигналов на низкочастотном фильтре. При этом фильтрация оценки $\widehat{B}$ более предпочтительна в силу меньшего искажения управляющего сигнала из-за появления фазовой задержки [5]. Хотя фильтрация последнего тоже уместна, только не вызывающая заметных фазовых искажений.

Второе условие сводится к следующему.

Если матрица B, а следовательно и $\hat{B}_i$, имеет полный строчный ранг, равный n $(n \le m)$, то $\hat{B}_i \hat{B}_i^+ = I$. Тогда $G_i = B\hat{B}_i^+ - \mu_i^{-1} I$, и по свойству собственных чисел для удовлетворения рассматриваемому требованию достаточно, чтобы все собственные числа матрицы $B\hat{B}_i^+$ лежали внутри круга K_i на поле комплексных чисел рисунка 2 (этот круг смещен вправо на μ_i^{-1} в сравнении с ранее указанным).

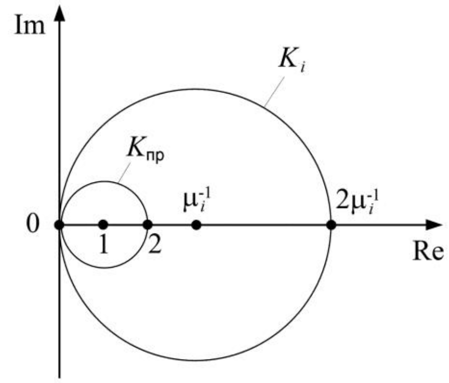


Рис.2. Область всех собственных чисел матрицы $B\hat{B}_i^+$ при $n \le m$, или m собственных чисел матрицы $\hat{B}_i^+ B$ при $n > m$ для сходимости собственного движения ε:
K_i – общее условие для i-го шага;
$K_{пр}$ – предельное условие при $\mu_i = 1$

Следует заметить, что при точной оценке $\left(\hat{B}_i = B\right)$: $B\hat{B}_i^+ = I$ и это соответствует точке «1» на рисунке, которая левее точки «μ_i^{-1}» в силу свойств последней по (3). Из опыта использования алгоритма идентификации (2), получено, что в основной период работы алгоритма параметр μ_i очень мал: $\mu_i < 0.1 \div 0.2$. На первом шаге работы этого алгоритма, при задании очень большим параметра ν точка «1» на рис.2 изображает предельное значение параметра $\mu_i = 1$, а круг $K_{пр}$ с единичным радиусом – изображение круга K_i в этом предельном случае (как правило – это происходит на начальном этапе работы алгоритма идентификации). Отсюда можно видеть, что второе условие допускает наличие существенных ошибок в оценке $\hat{B}_i$.

Рассмотрим случай, когда строчный ранг матриц B и $\hat{B}_i$ не полный, равный m $(m < n)$. Из принятых условий и свойств рангов матриц следует, что $\operatorname{rank}\left(B\hat{B}_i^+\right) = m$, а значит число ненулевых собственных чисел матрицы $B\hat{B}_i^+$ не больше m.

Докажем, что для обеспечения свойств устойчивости матрицы $\left(\mu_i G_i\right)$ в (8) в рассматриваемом случае требуется нахождение m собственных чисел матрицы $\hat{B}_i^+ B$ внутри круга K_i на рис.2.

Здесь, в отличие от предыдущего рассмотренного случая строчных матриц, необходимо определять нахождение всех собственных чисел матрицы $S \triangleq \left(B - \hat{B}_i\right)\hat{B}_i^+ + I = G_i + \mu_i^{-1} I$ внутри круга K_i на рис.2.

Исключим из рассмотрения тривиальный случай $\widehat{B}_i = B$, который приводит ко всем собственным числам матрицы S, равным единице (внутри круга K_i). Примем, что $\operatorname{rank}\left(B-\widehat{B}_i\right)= m_1 \le m$.

Из структуры матрицы S непосредственно можно определить ее собственные векторы и собственные числа:

− $(n-m_1)$ линейно независимых вещественных собственных векторов $\rho_{1k} \in \left(\operatorname{im}(B-\widehat{B}_i)\right)^{\perp}$ и соответствующих им собственных чисел $\lambda_{1k} = 1,\ k = \overline{1,(n-m)}$, поскольку $\left(B-\widehat{B}_i\right)\widehat{B}_i^{+}\rho_{1k} = 0$, представляющего умножение векторов из разных взаимно ортогональных подпространств; подпространство $\left(\operatorname{im}(B-\widehat{B}_i)\right)^{\perp}$ имеет ранг, равный $(n-m_1)$ [6,7];

− m_1 собственных векторов $\rho_{2z} \in \operatorname{im}(B-\widehat{B}_i)$ (в смысле вещественной и мнимой их части) и соответствующих им собственных чисел λ_{2z}, $z = \overline{1,m_1}$, равных таковым для матрицы $\widehat{B}_i^{+}B$.

Последнее требует более детального рассмотрения. Матрица $\widehat{B}_i^{+}B$ имеет размер $m\times m$ и полный ранг. Значит, она имеет m ненулевых собственных чисел χ_q и соответствующих им m собственных векторов ς_q, $q = \overline{1,m}$, удовлетворяющих равенству:

$$\left(\widehat{B}_i^{+}B - \chi_q I\right)\varsigma_q = 0; \quad q = \overline{1,m}.$$

Умножим это равенство слева на матрицу $\left(B-\widehat{B}_i\right)$ и рассмотрим только любые m_1 собственных чисел матрицы $\widehat{B}_i^{+}B$:

$$\left(B-\widehat{B}_i\right)\left(\widehat{B}_i^{+}B - \chi_z I\right)\varsigma_z = 0; \quad z = \overline{1,m_1}.$$

В силу равенства $\widehat{B}_i^{+}\widehat{B}_i = I$, перепишем последнее в виде

$$\left(B-\widehat{B}_i\right)\left(\widehat{B}_i^{+}B - \widehat{B}_i^{+}\widehat{B}_i + I\right)\varsigma_z = \chi_z\left(B-\widehat{B}_i\right)\varsigma_z; \quad z = \overline{1,m_1}.$$

Или, после преобразования полученного и введения обозначения $\rho_{2z} \triangleq \left(B-\widehat{B}_i\right)\varsigma_z$, $z = \overline{1,m_1}$, можно записать: $S\rho_{2z} = \chi_z\rho_{2z}$, $\chi_z = \lambda_{2z}$, $z = \overline{1,m_1}$. Это значит, что какие-то m_1 собственных чисел матрицы $\widehat{B}_i^{+}B$ являются таковыми же и для матрицы S, соответствующими собственным векторам этой матрицы $\rho_{2z} \in \operatorname{im}(B-\widehat{B}_i)$ и дополняющими полный спектр матрицы S.

Если теперь потребовать, чтобы m собственных чисел матрицы $\widehat{B}_i^{+}B$ находились внутри круга K_i на рис.2, то это достаточно, чтобы все собственные числа матрицы S находились там же. Доказательство завершено.

Для более детального изучения полученных выводов, рассмотрим частный случай, когда B − есть скаляр (обозначим, как b, а его оценку − $\widehat{b}_i$, это случай относится к полному строчному рангу). Требование к оценке $\widehat{b}_i$ определяется только по вещественной оси внутри круга K_i на рисунке 2. Это дает условие: $0 < b/\widehat{b}_i < 2\mu_i^{-1}$, или с учетом ограничения скорости оценки:

$$\operatorname{sign}(\widehat{b}_i) = \operatorname{sign}(b); \quad \left|\widehat{b}_i\right| > 0.5\mu_i |b|; \quad \widehat{b}_i - \widehat{b}_{i-1} \to 0 \,. \tag{9}$$

Как видно, что возможные пределы изменения оценки $\widehat{b}_i$ достаточно большие, причем с неограниченной величиной ее модуля. Такой вывод получен, поскольку является результатом анализа сходимости только высокочастотной составляющей невязки идентификации. Однако при слишком большом отличии $\widehat{b}_i$ от b становится более значительным низкочастотное возмущение для невязки идентификации − правая часть уравнения (6). Поэтому оценку $\widehat{b}_i$ нужно ограничивать по абсолютному значению, а также снижать фактор забывания β алгоритма идентификации (2) – уменьшать постоянную времени забывания. Это повышает способность алгоритма «справляться» с низкочастотной составляющей невязки идентификации при этой некорректности структуры математической модели объекта управления.

На основе опыта исследований, последние соотношения рекомендуется записать (с запасом в силу приблизительности исходных посылок) как:

$$\operatorname{sign}(\widehat{b}_i) = \operatorname{sign}(b); \quad 2|b| \geq \left|\widehat{b}_i\right| \geq \begin{cases} 0.5|b|, \text{без наблюдения } \mu_i; \\ 0.8\mu_i |b|, \text{с наблюдением } \mu_i; \end{cases} \quad \widehat{b}_i - \widehat{b}_{i-1} \to 0 \text{ или } \widehat{b} = \text{const}. \tag{10}$$

Условие $\widehat{b} = \text{const}$ означает, что эта оценка назначается, исходя из априорной информации, если таковая имеется, в соответствии с указанными требованиями, и исключается из процедуры идентификации. Заметим, что собственная частота невязки идентификации здесь равна: $\left(b/\widehat{b}_i\right)(\mu_i/\Delta t)$.

Рассмотрим другой частный случай, когда матрицы B и $\widehat{B}_i$ являются векторами, т.е. $m=1$. Тогда матрица $\widehat{B}_i^{+} B = \left(\widehat{B}_i^{\text{ò}} \widehat{B}_i\right)^{-1} \widehat{B}_i^{\text{ò}} B$ будет скаляром, она же – единственное ненулевое собственное число матрицы $B\widehat{B}_i^{+}$. Поэтому здесь достаточно:

$$0 < \widehat{B}_i^{\mathrm{т}} B < 2\mu_i^{-1}\left(\widehat{B}_i^{\mathrm{т}} \widehat{B}_i\right).$$

Очевидно, что достаточным условием выполнения этого неравенства является его выполнение для каждой пары элементов указанных векторов, т.е. в соответствии с (9) достаточно выполнения следующего неравенства:

$$\operatorname{sign}(\widehat{b}_{j_i}) = \operatorname{sign}(b_j); \quad \left|\widehat{b}_{j_i}\right| > 0.5\mu_i |b|; \quad \widehat{b}_{j_i} - \widehat{b}_{j_{i-1}} \to 0; \quad j = \overline{1,n} \,, \tag{11}$$

где b_j и $\widehat{b}_{j_i}$ − соответствующие элементы векторов B и $\widehat{B}_i$.

По аналогии с доводами из предыдущего случая, вместо неравенства (11) необходимо использовать соотношения (10) для каждой пары элементов векторов B и $\widehat{B}_i$.

Такой же вывод получим и в случае, когда матрицы B и $\widehat{B}_i$ являются строками.

Очевидно, что для случая многострочных и многостолбцевых матриц B и $\widehat{B}_i$ попарно-элементное выполнение условий (10) является лишь необходимым условием достижения свойств устойчивости матрицы $(\mu_i G_i)$ в (8). Это определяется из рассмотрения следа матрицы $B\widehat{B}_i^{+}$, равного сумме собственных чисел этой матрицы [6]: если выполнить поэлементно условие (10) для всей матрицы, то сумма собственных чисел этой матрицы (вещественное число) будет находиться внутри диапазона $(0, r\mu_i^{-1})$. Достаточное условие формирует рис.2. Для его использования в конкретных задачах можно применить известные методы локализации собственных чисел матрицы, например, круги Гершгорина [6, 7].

Пример. Рассмотрим скалярный объект управления в виде колебательного звена:

$$\ddot{x}(t) = a_1\dot{x}(t) + a_0 x(t) + bu(t), \quad \dot{x}(t_0) = x(t_0) = 0\,, \tag{12}$$

где $u(t)$ и $x(t)$ − вход и выход объекта соответственно, вход ограничен в виде $|u| \le 2$; $a_1 = -2\omega_0\xi$; $a_0 = -\omega_0^2$; $b = \omega_0^2 k$; $\omega_0 = 10$ с$^{-1}$ − собственная частота; $\xi = 0.05$ − относительный коэффициент затухания; $k = 5$ − коэффициент усиления ($a_1 = -1$ с$^{-1}$, $a_0 = -100$ с$^{-2}$, $b = 500$).

В качестве эталонной модели будем использовать уравнение (12) с теми же начальными условиями, но с собственной частотой 20 с$^{-1}$, относительным коэффициентом затухания 0.8 и коэффициентом усиления 7: $a_{\text{м}1} = -32$ с$^{-1}$, $a_{\text{м}0} = -400$ с$^{-2}$, $b_{\text{м}} = 2800$. Вместо управления u, использовался сигнал $u_{\text{зад}}(t)$.

В алгоритме идентификации (2) приняты следующие обозначения: $\varepsilon_i = \ddot{x}_i - \widehat{\Theta}_{i-1} y_i$; $\Theta = [a_1, a_0, b]$; $y = [\dot{x}, x, u]^{\text{т}}$; $\beta = 0.99$; $\nu = 10$; шаг дискретности $\Delta t = 0.01$с.

Закон управления в соответствии с (5) при записи (12) в форме Коши:

$$u_i = \widehat{b}_{i-1}^{-1}\left[\left(a_{\text{м}1} - \widehat{a}_{1i-1}\right)\dot{x}_{i-1} + \left(a_{\text{м}0} - \widehat{a}_{0i-1}\right)x_{i-1} + b_{\text{м}} u_{\text{зад}_i}\right].$$

Перед подачей на объект управления закон управления фильтровался на апериодическом звене с единичным коэффициентом усиления и постоянной времени 0.005с. Для компьютерного моделирования использовалась среда Matlab.

На рис. 3 представлены результаты исследования замкнутой системы управления при текущем оценивании всех оценок: $\widehat{a}_1, \widehat{a}_0, \widehat{b}$ при нулевом начальном условии первых двух и 10 для третьей. На рисунке обозначено $x_{\text{исх}}$ − реакция исходного объекта управления на сигнал $u_{\text{зад}}$. Можно наблюдать, что невязка идентификации очень быстро сходится, поведение замкнутой адаптивной системы управления практически тождественны эталону. При этом текущие оценки далеки от своих точных значений, условия (10) выполняются.

На рис.4 представлены результаты исследования замкнутой системы управления при текущем оценивании только двух оценок: $\widehat{a}_1, \widehat{a}_0$ при их нулевом начальном условии. Оценка $\widehat{b}$ − фиксируется и исключается из алгоритма идентификации. На рис.4a оценка $\widehat{b} \equiv 100$, что соответствует нарушению условия (10). Здесь наблюдается возникновение собственных высокочастотных колебаний невязки идентификации (период около 0.04с), которые передаются на управление. На рис. 4b оценка $\widehat{b} \equiv 350$, а на рис. 4c оценка

$\widehat{b} \equiv 1000$ − условия (10) выполняются. Здесь указанных ранее высокочастотных составляющих невязки идентификации нет (наблюдается небольшой пошаговый шум), замкнутая система близка к эталону. В последнем случае качество управления можно повысить, уменьшив параметр β алгоритма (2). Случаи назначение $350 < \widehat{b} = \mathrm{const} < 1000$ дает поведение замкнутой системы управления, близкой к рис.3.

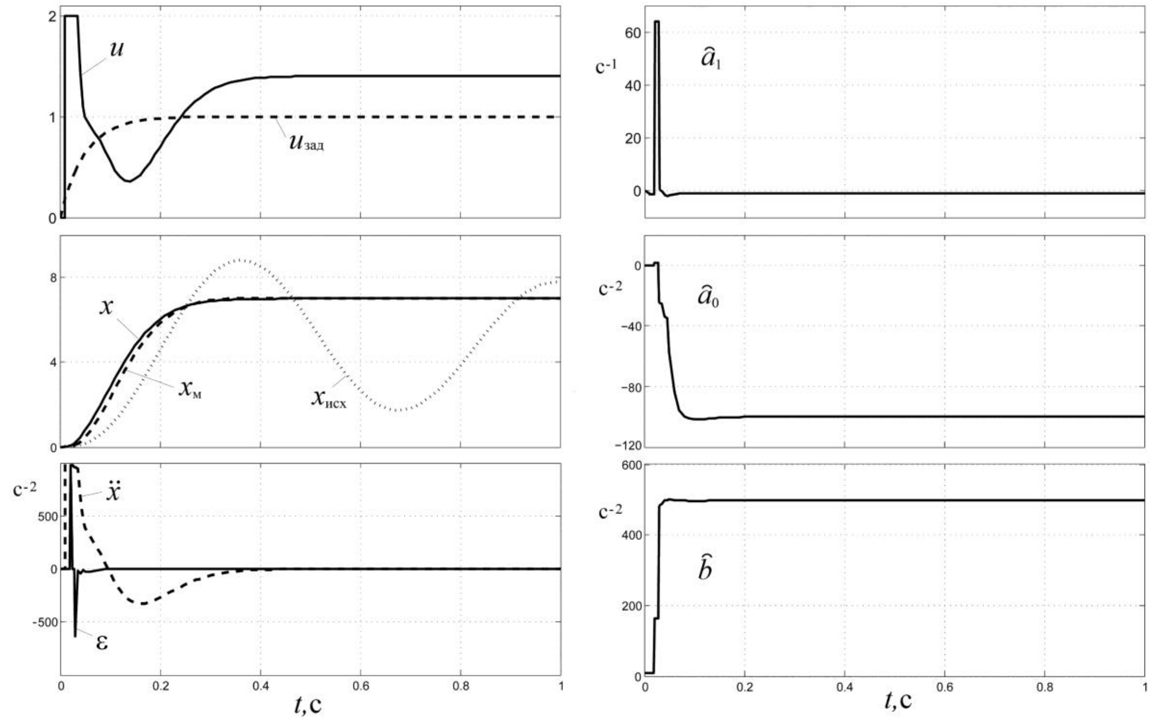
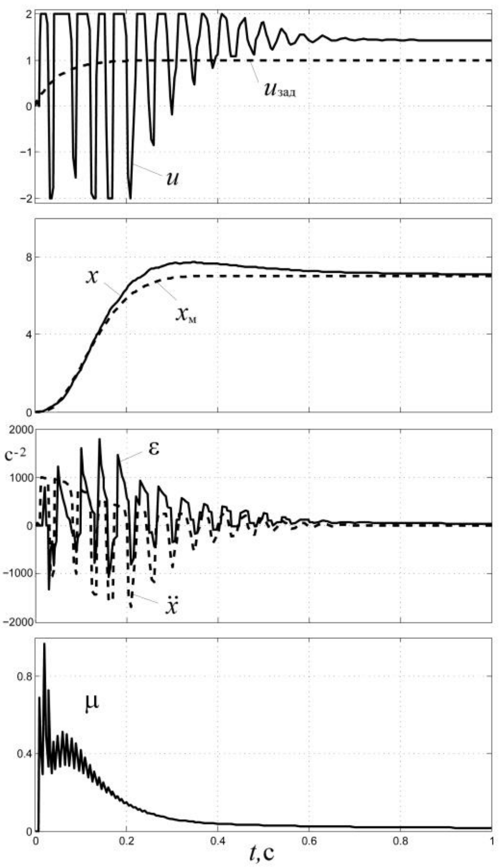


Рис.3. Исследование замкнутой системы управления при текущем оценивании всех параметров

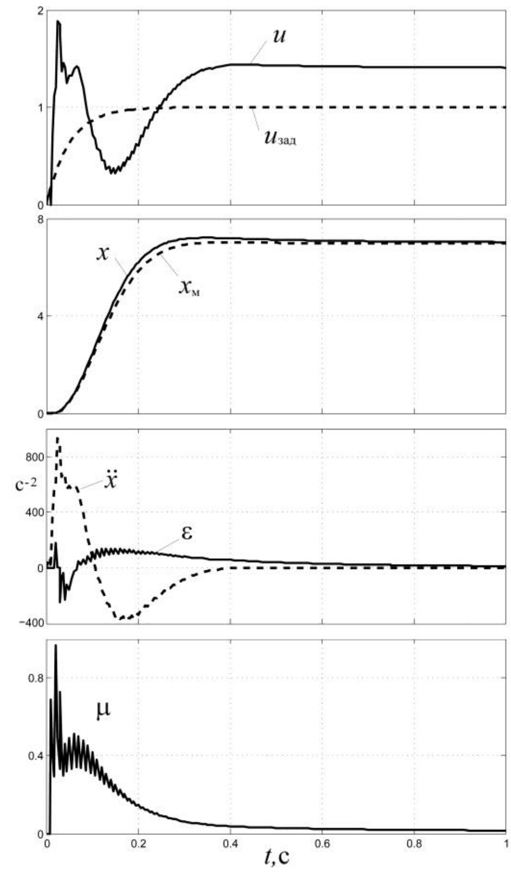
Заключение. Результаты компьютерного моделирования подтверждают теоретические выводы, полученные в работе. Они показывают, что построение адаптивной системы управления с использованием «упрощенных» условий адаптируемости увязываются с несложными требованиями к оценкам параметров объекта управления, доставляемыми алгоритмом текущей идентификации.

Наиболее важными требованиями являются ограничения на оценки матрицы параметров, связанных с управлением, т.е. матрица B в (1): в частных векторных и скалярном случаях – это поэлементные соотношения (10), а в общем случае – это нахождение всех собственных чисел матрицы $B\widehat{B}_i^{+}$ ($n \le m$), или m собственных чисел этой матрицы $\widehat{B}_i^{+}B$ ($n > m$) внутри круга K_i на рис.2 ($\mathrm{rank}B = \mathrm{rank}\widehat{B} = \min(n,m)$; n,m − размеры матрицы B). Также – это ограничение скорости изменения этих оценок. В любом случае эти ограничения допускают существенные неточности в получении указанных оценок, что очень важно на практике для более простого способа достичь адаптируемости системы управления.

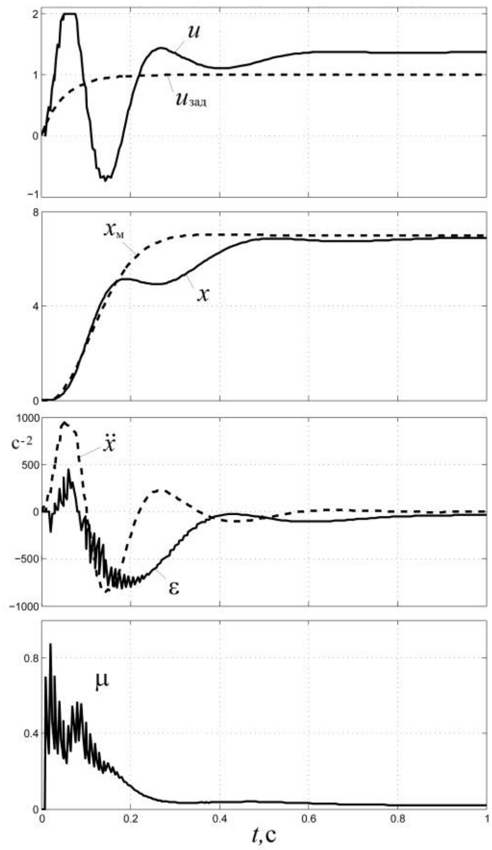
Представленные рассуждения построены на достаточно простой задаче построения адаптивного управления линейным детерминированным стационарным объектом управления, описанного в пространстве состояний с непосредственным измерением вектора состояний и его производной. Однако обобщения на более сложные постановки очевидны (см., например [2]) и основаны на главном свойстве «упрощенных» условий адаптируемости строить управление на основе аппроксимационной модели объекта, доставляемой алгоритмом идентификации в текущем времени.



a) Оценка $\widehat{b} \equiv 100$



b) Оценка $\widehat{b} \equiv 350$



c) Оценка $\widehat{b} \equiv 1000$

Рис.4. Исследование замкнутой системы управления при постоянной оценке $\widehat{b}$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Круглов С.П. Уточнение условий адаптируемости систем управления с идентификатором и эталонной моделью // Автоматика и телемеханика.– 2002.– № 12. – С.78-91.

2. Круглов С.П. Условия адаптируемости систем управления с идентификатором и эталоном. Монография. LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbucken, Deutschland, 2012. – 125 с.

3. Гроп Д. Методы идентификации систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. 302 с.

4. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. 432 с.

5. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. – СПб: Лань, 2015. 624 с.

6. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.

7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы/ Пер. с англ. под общ. ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1977. 832 с.

REFERENCES

1. S.P. Kruglov, “Improved adaptability conditions for control systems with an identifier and reference model,” Automation And Remote Control, vol. 63, no. 12, 2002, pp. 1932-1943.

2. Kruglov S.P. Uslovija adaptiruemosti sistem upravlenija s identifikatorom i jetalonom [Conditions of an adaptability of control systems with the identifier and a standard]. Monograph, LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co, KG, Saarbucken, Deutschland, 2012, 125 p.

3. Graupe D. Identification of systems. Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington, New York, 1976 (Russ. ed.: Graupe D. Methods of identification of systems, Moscow, Mir, 302 p.)

4. Ljung L. System Identification: Theory for the User, University of Linkoping, Sweden (Russ. ed.: Ljung L. Identifikacija sistem: teorija dlja pol'zovatelja, Moscow, Nauka, 1991, 432 p.).

5. Pervozvanskij A.A. Kurs teorii avtomaticheskogo upravlenija [Course of the theory of automatic control.]. SPb. Lan'. 2015. 624 p.

6. Voevodin V.V., Kuznecov Ju.A. Matricy i vychislenija [Matrixes and calculations]. Moskow: Nauka, 1984. 320 p.

7. G.A.Korn, T.M. Korn Mathematical handbook for scientists and engineers. Definitions, theorems and formulas for reference and review. McGraw-Hill Book Company, New-York, San Francisko, Toronto, London, Sydney, 1968, 832 p.

Информация об авторах

Круглов Сергей Петрович – д.т.н., профессор, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: kruglov_s_p@mail.ru

Authors

Kruglov Sergey Petrovich − doctor of technical sciences, professor of department «Automation of production operations», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: kruglov_s_p@mail.ru

Для цитирования

Круглов С.П. Сходимость невязки идентификации в системе управления с параметрической адаптацией // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2019. – №1.

– С. 25-37 – Режим доступа: http://ismm-irgups.ru/toma/11-2019, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 25.02.2019)

For citation

Kruglov S.P. Skhodimost' nevyazki identifikatsii v sisteme upravleniya s parametricheskoy adaptatsiyey [Convergence of the residual identification error in the control system with parametrical adaptation] // Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems: electronic scientific journal], 2019. No. 1. P. 25-37. [Accessed 25/02/19]